Sila

- 2. Newtonov zakon: Promjena gibanja razmjerna je ukupnoj vanjskoj sili koja djeluje, a odvija se u smjeru djelovanja te sile. (Ako na tijelo, čija se masa ne mijenja, djelujemo silom, brzina će mu se mijenjati proporcionalno iznosu sile i to u smjeru djelovanja sile.)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \xRightarrow{\text{masa se ne mijenja}} \vec{F} = m\vec{a}$$

- Na svako tijelo na Zemljinoj površini, Zemlja djeluje stalnom gravitacijskom silom:

$$\overrightarrow{F_g} = m\vec{g}$$

a ubrzanje g na našem području iznosi približno

$$g = |\vec{g}| \approx 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

- Težina tijela (sila kojom tijelo pritiska na podlogu)

$$\vec{\mathrm{G}} = m\vec{g}$$

Slobodni pad

- Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu zbog djelovanja sile teže.
- Ubrzanje Zemljine sile teže ovisi i o visini iznad površine Zemlje, ali su promjene, u slučaju slobodnog pada sa nekoliko stotina metara, zanemarive.

Hitci

- Složena gibanja, koje izvodi tijelo početne brzine $\vec{v}_0$, gibajući se u polju sile teže.
- Putanju gibanja određujemo promatrajući vremensku promjenu koordinata tijela, nezavisno jednu od druge.

Simuliranje translacijskog gibanja

Translacijsko gibanje tijela nepromjenjive mase m možemo simulirati na sljedeći način:

1. Proizvoljno postavimo koordinatni sustav.
2. Odredimo sve sile koje djeluju na tijelo.
3. Rastavimo sve vektorske veličine na komponente i izračunamo njihove početne vrijednosti.
4. Odaberemo dovoljno mali vremenski interval Δt na kojem je uvijek akceleracija približno konstantna.

$$t_i = i \cdot \Delta t \quad ; \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i \quad ; \quad i = 0,1,2,\ldots$$

5. Položaje u bilo kojem trenutku, odnosno u svakom koraku i računamo prema sljedećem shematskom prikazu:

$$\begin{aligned} x_0 &= x(0) & v_{x,0} &= v_x(0) \\ y_0 &= y(0) & v_{y,0} &= v_y(0) & \ldots \\ z_0 &= z(0) & v_{z,0} &= v_z(0) \end{aligned}$$

$i = 0$

$$\begin{aligned} a_{x,i} &= F_x(t_i)/m \\ a_{y,i} &= F_y(t_i)/m \\ a_{z,i} &= F_z(t_i)/m \end{aligned}$$

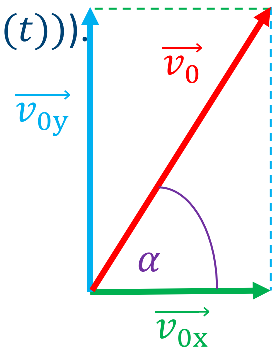
$$\begin{aligned} v_{x,i+1} &= a_{x,i} \cdot \Delta t + v_{x,i} \\ v_{y,i+1} &= a_{y,i} \cdot \Delta t + v_{y,i} \\ v_{z,i+1} &= a_{z,i} \cdot \Delta t + v_{z,i} \\ x_{i+1} &= 0.5 \cdot a_{x,i} \cdot \Delta t^2 + v_{x,i} \cdot \Delta t + x_i \\ y_{i+1} &= 0.5 \cdot a_{y,i} \cdot \Delta t^2 + v_{y,i} \cdot \Delta t + y_i \\ z_{i+1} &= 0.5 \cdot a_{z,i} \cdot \Delta t^2 + v_{z,i} \cdot \Delta t + z_i \end{aligned}$$

$t = t + \Delta t$

$i = i + 1$

Oznake: $v_{x,i+1} \equiv v_x(t_i + \Delta t)$ je x-komponenta brzine u trenutku $t_i + \Delta t$, odnosno $t = (i+1)\Delta t$. Analogna interpretacija vrijedi za ostale veličine

E5. GIBANJE LOPTE: Košarkaš ispušta loptu na visini od 2.2 m pod kutom od 60° obzirom na tlo dajući joj pri tom brzinu od 20 ms^{-1}. Ako zanemarimo rotaciju lopte i otpor zraka te pretpostavimo kako nema prepreka na njenom putu, koristeći MS Excel prikažite putanju lopte (treba nacrtati putanju određenu točkama $(x(t), y(t))$).



$h = 2.2\text{m}$
$\alpha = 60°$
$v_0 = 20\ \text{ms}^{-1}$

- ✓ Napomena: Ako pišemo veličine bez oznake vektora, onima koje su usmjerene suprotno osima odabranog koordinatnog sustava trebamo dodijeliti negativne vrijednosti.
- ✓ Koordinatni sustav postavljamo proizvoljno, najlakše postaviti košarkaša u ishodište, a loptu u (0,h):
  - ❖ **x(0)=0 m ; y(0)=2.2 m**
- ✓ Na loptu djeluje samo gravitacijska sila u negativnom y-smjeru:
  - ❖ $\boldsymbol{F_x(t) = 0}$; $\boldsymbol{F_y(t) = ma_y = -mg}$
- ✓ Rastavimo sve vektorske veličine na komponente i izračunamo njihove početne vrijednosti.
  - ❖ Početnu brzinu rastavimo na horizontalnu i vertikalnu komponentu.
  - ❖ Koristimo trigonometrijske funkcije $\sin(kuta) = \frac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}$; $\cos(kuta) = \frac{\text{priležeća kateta}}{\text{hipotenuza}}$
  - ❖ Excel funkcijama SIN(kuta) i COS(kuta) treba proslijediti kut u radijanima $\alpha^{rad} = \frac{\alpha^o}{180°} \cdot \pi$
  - ❖ $\boldsymbol{v_x(0) = v_0 \cos\alpha}$; $\boldsymbol{v_y(0) = v_0 \sin\alpha}$
- ✓ Odaberemo dovoljno mali vremenski interval Δt na kojem je uvijek akceleracija približno konstantna.
  - ❖ U ovom slučaju F ne ovisi o t pa možemo odabrati bilo kakav vremenski interval.
- ✓ Položaje u bilo kojem trenutku računamo prema shematskom prikazu na prethodnoj stranici.
- ✓ Dobivena rješenja možemo usporediti sa egzaktnima:

$\vec{F} = \overrightarrow{\text{const}} \Longrightarrow \vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$

Akceleracija $\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$

Početna brzina $\overrightarrow{v_0}$

Početni položaj $\overrightarrow{s_0}$

$$\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot t^2 + \overrightarrow{v_0} \cdot t + \overrightarrow{s_0}$$

HORIZONTALNA KOMPONENTA

$F_x = 0 \Longrightarrow a_x(t) = 0$

$v_{x,0} = v_0 \cos \alpha$

$x_0 = 0$

$$x = v_{x,0} \cdot t$$

VERTIKALNA KOMPONENTA

$F_y = -mg \Longrightarrow a_y(t) = -g$

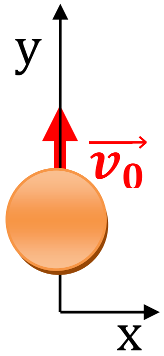
$v_{y,0} = v_0 \sin \alpha$

$y_0 = h$

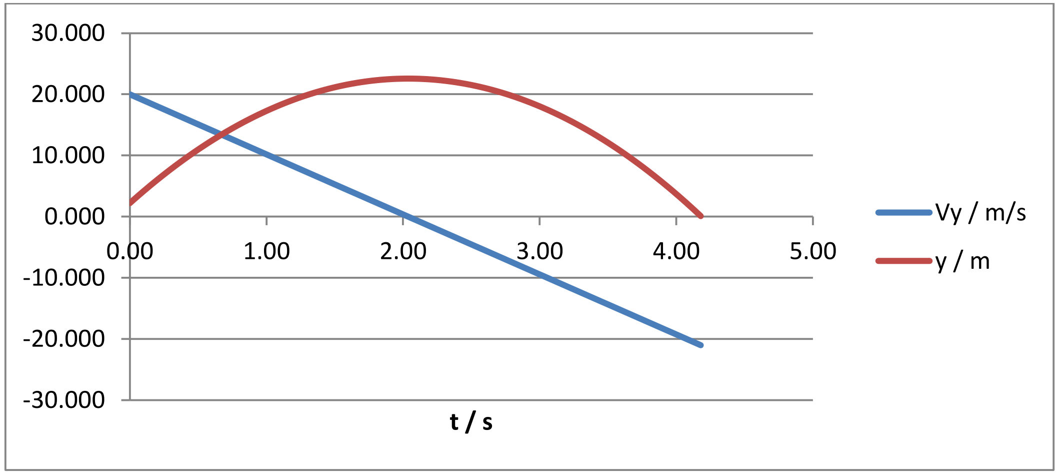
$$y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_{y,0} \cdot t + h$$

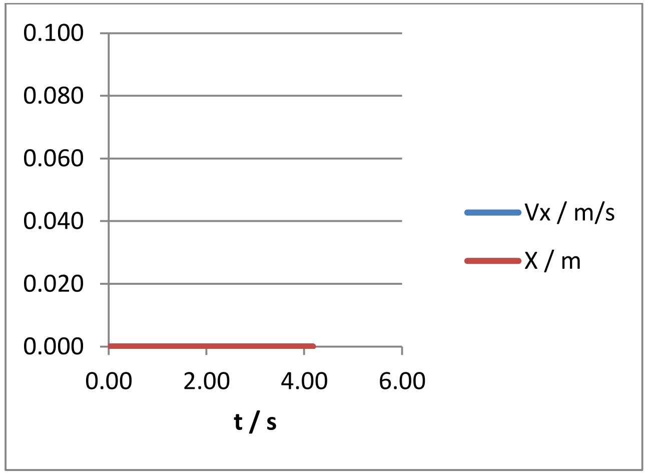
E6. GIBANJE LOPTE: Lopta je bačena vertikalno uvis sa visine 2.2 m pri čemu je dobila brzinu od 10 ms^{-1}. Ako zanemarimo rotaciju lopte i otpor zraka te pretpostavimo kako nema prepreka na njenom putu, koristeći MS Excel:

- Prikažite na istom grafu ovisnost položaja lopte i njene brzine o vremenu.
- Zaključite, koja je veza nagiba y-t grafa sa vrijednostima prikazanima v-t grafom (predznaci, iznosi, maksimumi).

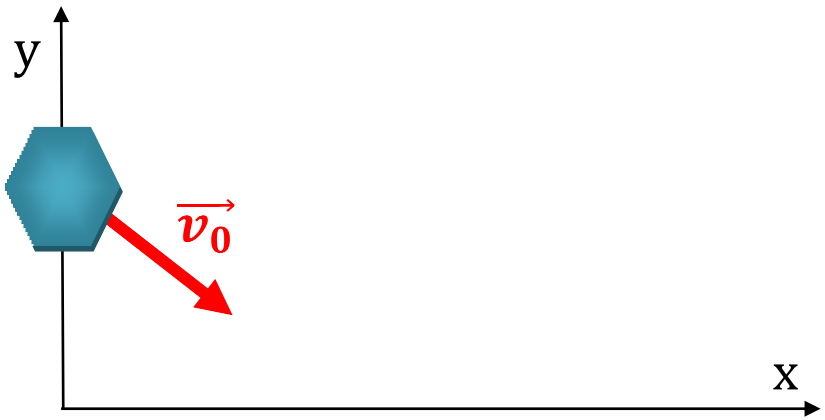


✓ Konačno rješenje:





- **E7. GIBANJE KAMENA**: Kamen je bačen, prema dolje pod kutom od 45° obzirom na horizontalu, sa zgrade visoke 15 m. Ako početna brzina kamena iznosi 10 m/s, koristeći Excel prikažite njegovu putanju.



✓ Konačno rješenje: